

NGENZI RAYMOND

CONSEIL NATIONAL DES EXAMENS AU RWANDA



B.P. 3817 KIGALI - TEL/FAX : 86871

104

**EXAMEN NATIONAL DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES
2001-2002**

EPREUVE : MATHEMATIQUE I

OPTION : MATH-PHYSIQUE

DUREE : 3 HEURES

INSTRUCTIONS :

- Chaque candidat est invité à répondre à toutes les 15 questions de la section A et à 3 questions de son choix de la section B.
- L'usage des instruments de géométrie et des calculatrices est autorisé.

SECTION A : 55pts

1. Simplifiez l'expression suivante : $\frac{\frac{1}{x-4} + \frac{2}{x^2-16}}{3 + \frac{1}{x+4}}$ 2pts

2. Décomposez en fractions partielles $\frac{11x^2 - 23x}{(2x-1)(x-3)(x+3)}$ 3pts

3. Montrez que les points A(-6,3), B(3,-5) et C(-1,5) sont les sommets d'un triangle rectangle. 2pts

4. Soient les vecteurs $\vec{u}=(1,2,-1)$, $\vec{v}=(6,4,2)$ et $\vec{w}=(9,2,7)$ appartenant tous à \mathbb{R}^3 . Mettez le vecteur \vec{w} sous forme de combinaison linéaire des vecteurs \vec{u} et \vec{v} . 3pts

15. ✓ Un fermier dispose de 3000m de fil de fer pour clôturer un terrain rectangulaire. Il décide de clôturer toute la surface du terrain et aussi de faire passer une clôture au milieu divisant le terrain en deux parties. Quelles dimensions du terrain donneront la surface maximale ? 4pts

16. On fait passer à 20 élèves du Lycée de Kigali et 30 élèves du Lycée Notre-Dame de Cîteaux un même examen de Mathématiques. Les élèves du LDK ont obtenu une moyenne générale de 60 points avec un écart type de 7.0 alors que ceux du LNDC ont eu la moyenne de 50 points avec un écart type de 10.0. Quel sera l'écart type de tous les élèves mis ensemble ? 4pts

17. ✓ La distance «s» parcourue par un objet relâché dans le vide près de la surface de la terre varie directement avec le carré du temps mis t. Si $s = 300\text{m}$ et $t = 5\text{sec}$, exprimer S en fonction de t et trouvez le temps que mettra l'objet lâché d'une hauteur de 1600m pour atteindre le sol. 2pts

8. Résolvez l'équation $\log(x+2)=1-\log(x-1)$. 3pts

9. Soit la fonction $h(t) = t^{t+1}$, trouvez la dérivée première $h'(t)$. 4pts

10. Trouvez la racine carrée de $-1+\sqrt{3} i$ 7pts

11. Les sommets d'une hyperbole sont $(0,\pm 6)$ et les équations des asymptotes sont $2y\pm 3x = 0$. Trouvez les coordonnées des foyers et l'équation de l'hyperbole. 3pts

12. Représentez graphiquement la fonction $f(x)=3-|x-2|$ définie sur l'intervalle $[1,4]$ et trouvez les coordonnées de son maximum. 3pts

13. Calculez l'intégrale $\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx$. 5pts

14. Déterminez le lieu géométrique des points $P(x,y)$ si la distance $|AP|$ est le double de la distance $|BP|$ et si A et B sont respectivement des points de coordonnées (7,1) et (1,4). 5pts

15. Un homme a 8 cadeaux différents à offrir à ses 3 enfants; Bukuru, Butoyi et Mbuyi. Il veut donner 3 cadeaux à Bukuru, 3 à Butoyi et 2 à Mbuyi. De combien de façons différentes peut-il octroyer ses cadeaux ? 5pts

SECTION B

16) (a) Utilisez la preuve par induction pour montrer que $2^{2n} - 1$ est divisible par 3. 6pts
 (b) En utilisant les opérations élémentaires sur les lignes, trouvez l'inverse de la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \\ 2 & -5 & 3 \end{bmatrix}$$

Utilisez l'inverse pour résoudre le système d'équations linéaires :

$$\begin{cases} x+y+z = 9 \\ 3x+4y-z = 13 \\ 2x-5y+3z = 8 \end{cases}$$

9pts

17) a) Trouvez le volume du solide restant après avoir perforé un trou de rayon a cm dans le centre d'une sphère de rayon r cm ($r > a$). 8pts

b) Le règlement du Service Postal Rwandais stipule que tout colis à être délivré par poste doit avoir une longueur et une circonférence n'excédant pas 84cm. Trouvez les dimensions du plus grand colis cylindrique pouvant être envoyé par poste. 7pts

18 (a) On choisit un nombre au hasard de tous les nombres entiers positifs à deux chiffres. Quelle est la probabilité que le nombre choisi ait

- (i) un « 4 » dans la place des dizaines ?
- (ii) au moins un « 4 » ?
- (iii) aucun « 4 » ?

7pts

b) Bango est allé faire un examen de Français sans l'avoir préparé. L'examen comprenait 20 questions « Vrai ou faux ». Il a trouvé l'examen très difficile et décide de choisir purement au hasard entre les réponses vraies ou fausses. Quelle est la probabilité que Bango aura exactement 5 réponses vraies ?

8pts

19) a) Trouvez le terme indépendant de x dans $(2x^2 - \frac{1}{x})^{12}$

7pts

b) Le graphique d'équation $x^2 - xy + y^2 = 9$ représente une ellipse. Trouvez les tangentes de l'ellipse aux points d'intersection avec l'axe des ordonnées et montrez que les tangentes sont parallèles.

8pts

20) Considérez la fonction réelle définie par :

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : x \longrightarrow \ln|x^2 - 4x + 1|$$

Etudiez cette fonction et faites sa représentation graphique dans un repère orthonormé.

15pts